Aljabar Boolean

Adri Priadana

Pengantar

- Aljabar Boolean ditemukan oleh George Boole, pada tahun 1854.
- Boole melihat bahwa himpunan dan logika proposisi mempunyai sifat-sifat yang serupa (kemiripan hukum-hukum aljabar logika dan hukum-hukum aljabar himpunan).
- Dalam buku The Laws of Thought, Boole memaparkan aturan-aturan dasar logika.
- Aturan dasar logika ini membentuk struktur matematika yang disebut aljabar Boolean.
- Aplikasi: perancangan rangkaian pensaklaran, rangkaian digital, dan rangkaian IC (integrated circuit) komputer

Definisi Aljabar Boolean

DEFINISI. Misalkan B adalah himpunan yang didefinisikan pada dua operator biner, + dan ·, dan sebuah operator uner, ’. Misalkan 0 dan 1 adalah dua elemen yang berbeda dari B. Maka, tupel

$$<B, +, \cdot, ', 0, 1>$$

disebut **aljabar Boolean** jika untuk setiap $a, b, c \in B$ berlaku aksioma berikut:

1. Identitas
   (i) $a + 0 = a$
   (ii) $a \cdot 1 = a$

2. Komutatif
   (i) $a + b = b + a$
   (ii) $a \cdot b = b \, . \, a$

3. Distributif
   (i) $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
   (ii) $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$

4. Komplemen
   Untuk setiap $a \in B$ terdapat elemen unik $a' \in B$ sehingga
   (i) $a + a' = 1$
   (ii) $a \cdot a' = 0$

- Berhubung elemen-elemen *B* tidak didefinisikan nilainya (kita bebas menentukan anggota-anggota *B*), maka terdapat banyak sekali aljabar boolean.

- Untuk mempunyai sebuah aljabar Boolean, orang harus memperlihatkan:
  1. elemen-elemen himpunan *B*,
  2. kaidah/aturan operasi untuk dua operator biner dan operator uner,
  3. himpunan *B*, bersama-sama dengan dua operator tersebut, memenuhi keempat aksioma di atas

- Aljabar himpunan dan aljabar logika proposisi juga merupakan aljabar Boolean karena memenuhi empat aksioma di atas.
- Dengan kata lain, aljabar himpunan dan aljabar proposisi adalah himpunan bagian (*subset*) dari aljabar Boolean.
- Pada aljabar proposisi misalnya:
  - *B* berisi semua proposisi dengan *n* peubah.
  - dua elemen unik berbeda dari *B* adalah **T** dan **F**,
  - operator biner: $\vee$ dan $\wedge$, operator uner: ~
  - semua aksioma pada definisi di atas dipenuhi
- Dengan kata lain <B, $\vee$, $\wedge$, ~, F, T> adalah aljabar Booelan

Aljabar Boolean 2-Nilai

- Merupakan aljabar Boolean yang paling popular, karena aplikasinya luas.
- Pada aljabar 2-nilai

(i) $B = \{0, 1\}$,

(ii) operator biner: + dan ·,   operator uner: ’

(iii) Kaidah untuk operator biner dan operator uner:

a	b	$a \cdot b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

a	b	$a + b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

a	a'
0	1
1	0

(iv) Keempat aksioma di atas dipenuhi

Ekspresi Boolean

- Ekspresi Boolean dibentuk dari elemen-elemen *B* dan/atau peubah-peubah yang dapat dikombinasikan satu sama lain dengan operator +, ·, dan ’.

- **Contoh 1:**

  0

  1

  a

  b

  $a + b$

  $a \cdot b$

  $a' \cdot (b + c)$

  $a \cdot b' + a \cdot b \cdot c' + b'$, dan sebagainya

Hukum-hukum Aljabar Boolean

1. Hukum identitas: (i) $a + 0 = a$ (ii) $a \cdot 1 = a$	2. Hukum idempoten: (i) $a + a = a$ (ii) $a \cdot a = a$
3. Hukum komplemen: (i) $a + a' = 1$ (ii) $aa' = 0$	4. Hukum dominansi: (i) $a \cdot 0 = 0$ (ii) $a + 1 = 1$
5. Hukum involusi: (i) $(a')' = a$	6. Hukum penyerapan: (i) $a + ab = a$ (ii) $a(a + b) = a$
7. Hukum komutatif: (i) $a + b = b + a$ (ii) $ab = ba$	8. Hukum asosiatif: (i) $a + (b + c) = (a + b) + c$ (ii) $a\ (b\ c) = (a\ b)\ c$
9. Hukum distributif: (i) $a + (b\ c) = (a + b)\ (a + c)$ (ii) $a\ (b + c) = a\ b + a\ c$	10. Hukum De Morgan: (i) $(a + b)' = a'b'$ (ii) $(ab)' = a' + b'$
11. Hukum 0/1 (i) $0' = 1$ (ii) $1' = 0$	

Contoh

Buktikan bahwa untuk sembarang elemen *a* dan *b* dari aljabar boolean maka kesamaaan berikut:

$$a(a' + b) = ab$$

adalah benar.

Penyelesaian:

$a(a' + b) = a\,a' + ab$ (Hukum Distributif)

$= 0 + ab$ (Hukum Komplemen)

$= ab$ (Hukum Identitas)

Fungsi Boolean

- Contoh-contoh fungsi Boolean:
  1. $f(x) = x$
  2. $f(x, y) = x'y + xy' + y'$
  3. $f(x, y) = x' y'$
  4. $f(x, y) = (x + y)'$
  5. $f(x, y, z) = xyz'$

- Setiap peubah di dalam fungsi Boolean, termasuk dalam bentuk komplemennya, disebut **literal**.

- Fungsi $h(x, y, z) = xyz'$ terdiri dari 3 buah literal, yaitu x, y, dan z'.

Bentuk Kanonik

- Ekspresi Boolean yang menspesifikasikan suatu fungsi dapat disajikan dalam dua bentuk berbeda.

- Pertama, sebagai **penjumlahan dari hasil kali** dan kedua sebagai **perkalian dari hasil jumlah**.

- **Contoh:**

  $f(x, y, z) = x'y'z + xy'z' + xyz$

  dan

  $g(x, y, z) = (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')(x' + y + z')(x' + y' + z)$

  adalah dua buah fungsi yang sama.

- *Minterm*: suku (*term*) di dalam ekspresi boolean mengandung literal yang lengkap dalam bentuk hasil kali

- *Maxterm*: suku (*term*) di dalam ekspresi boolean mengandung literal yang lengkap dalam bentuk hasil jumlah.

- **Contoh:**

  $f(x, y, z) = x'y'z + xy'z' + xyz$ → 3 buah *minterm*: $x'y'z$, $xy'z'$, xyz

  $g(x, y, z) = (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')(x' + y + z')(x' + y' + z)$

  → 5 buah *maxterm*: $(x + y + z)$, $(x + y' + z)$, $(x + y' + z')$, $(x' + y + z')$, dan $(x' + y' + z)$

- Misalkan peubah (*variable*) fungsi Boolean adalah x, y, dan z

  Maka:

  x'y → bukan *minterm* karena literal tidak lengkap

  y'z' → bukan *minterm* karena literal tidak lengkap

  xy'z, xyz', x'y'z → *minterm* karena literal lengkap

  (x + z) → bukan *maxterm* karena literal tidak lengkap

  (x' + y + z') → *maxterm* karena literal lengkap

  (xy' + y' + z) → bukan *maxterm*

- Ekspresi Boolean yang dinyatakan sebagai penjumlahan dari satu atau lebih *minterm* atau perkalian dari satu atau lebih *maxterm* disebut dalam **bentuk kanonik**.

- Jadi, ada dua macam bentuk kanonik:
  1. Penjumlahan dari hasil kali (*sum-of-product* atau SOP)
  2. Perkalian dari hasil jumlah (*product-of-sum* atau POS)

- Fungsi $f(x, y, z) = x'y'z + xy'z' + xyz$ dikatakan dalam bentuk SOP

- Fungsi $g(x, y, z) = (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')(x' + y + z')$
  $(x' + y' + z)$

  dikatakan dalam bentuk POS

Cara membentuk *minterm* dan *maxterm*:

- Untuk *minterm*, setiap peubah yang bernilai 0 dinyatakan dalam bentuk komplemen, sedangkan peubah yang bernilai 1 dinyatakan tanpa komplemen.

- Sebaliknya, untuk *maxterm*, setiap peubah yang bernilai 0 dinyatakan tanpa komplemen, sedangkan peubah yang bernilai 1 dinyatakan dalam bentuk komplemen.

- Cara membentuk *minterm* dan *maxterm* dari tabel kebenaran untuk dua peubah:

		Minterm		*Maxterm*	
x	y	Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	$x'y'$	m_0	$x + y$	M_0
0	1	$x'y$	m_1	$x + y'$	M_1
1	0	xy'	m_2	$x' + y$	M_2
1	1	$x\ y$	m_3	$x' + y'$	M_3

- Cara membentuk *minterm* dan *maxterm* dari tabel kebenaran untuk tiga peubah:

			Minterm		*Maxterm*	
x	y	z	Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x'y'z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x'y\,z'$	m_2	$x + y'+z$	M_2
0	1	1	$x'y\,z$	m_3	$x + y'+z'$	M_3
1	0	0	$x\,y'z'$	m_4	$x'+ y + z$	M_4
1	0	1	$x\,y'z$	m_5	$x'+ y + z'$	M_5
1	1	0	$x\,y\,z'$	m_6	$x'+ y'+ z$	M_6
1	1	1	$x\,y\,z$	m_7	$x'+ y'+ z'$	M_7

- Jika diberikan sebuah tabel kebenaran, kita dapat membentuk fungsi Boolean dalam bentuk kanonik (SOP atau POS) dari tabel tersebut dengan cara:
  - mengambil minterm dari setiap nilai fungsi yang bernilai 1 (untuk SOP)

    atau

  - mengambil maxterm dari setiap nilai fungsi yang bernilai 0 (untuk POS).

Contoh

Tinjau fungsi Boolean yang dinyatakan oleh Tabel di bawah ini. Nyatakan fungsi tersebut dalam bentuk kanonik SOP dan POS

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Penyelesaian:

- **SOP**

  Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 1 adalah 001, 100, dan 111, maka fungsi Booleannya dalam bentuk kanonik SOP adalah

$f(x, y, z) = x'y'z + xy'z' + xyz$

atau (dengan menggunakan lambang *minterm*),

$f(x, y, z) = m_1 + m_4 + m_7 = \sum (1, 4, 7)$

Contoh

- **POS**

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 0 adalah 000, 010, 011, 101, dan 110, maka fungsi Booleannya dalam bentuk kanonik POS adalah

$f(x, y, z) = (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')(x' + y + z')(x' + y' + z)$

atau dalam bentuk lain,

$f(x, y, z) = M_0\, M_2\, M_3\, M_5\, M_6 = \prod(0, 2, 3, 5, 6)$

Contoh

Nyatakan fungsi Boolean $f(x, y, z) = x + y'z$ dalam bentuk kanonik SOP dan POS.

Penyelesaian:

(a) SOP

Lengkapi terlebih dahulu literal untuk setiap suku agar jumlahnya sama.

$x = x(y + y')$

$= xy + xy'$

$= xy (z + z') + xy'(z + z')$

$= xyz + xyz' + xy'z + xy'z'$

dan

$y'z = y'z (x + x') = xy'z + x'y'z$

Jadi $f(x, y, z) = x + y'z$

$= xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + xy'z + x'y'z$

$= x'y'z + xy'z' + xy'z + xyz' + xyz$

atau $f(x, y, z) = m_1 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 = \Sigma\ (1,4,5,6,7)$

Contoh

(b) POS

$f(x, y, z) = x + y'z$

$= (x + y')(x + z)$

Lengkapi terlebih dahulu literal pada setiap suku agar jumlahnya sama:

$x + y' = x + y' + zz'$

$= (x + y' + z)(x + y' + z')$

$x + z = x + z + yy'$

$= (x + y + z)(x + y' + z)$

Jadi, $f(x, y, z) = (x + y' + z)(x + y' + z')(x + y + z)(x + y' + z)$

$= (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')$

atau $f(x, y, z) = M_0M_2M_3 = \prod(0, 2, 3)$

Contoh

Contoh 7: Nyatakan fungsi Boolean $f(x, y, z) = xy + x'z$ dalam bentuk kanonik POS.

Penyelesaian:

$$
\begin{aligned}
f(x, y, z) &= xy + x'z \\
&= (xy + x')(xy + z) \\
&= (x + x')(y + x')(x + z)(y + z) \\
&= (x' + y)(x + z)(y + z)
\end{aligned}
$$

Lengkapi literal untuk setiap suku agar jumlahnya sama:

$x' + y = x' + y + zz' = (x' + y + z)(x' + y + z')$

$x + z = x + z + yy' = (x + y + z)(x + y' + z)$

$y + z = y + z + xx' = (x + y + z)(x' + y + z)$

Jadi, $f(x, y, z) = (x + y + z)(x + y' + z)(x' + y + z)(x' + y + z')$

atau $f(x, y, z) = M_0 M_2 M_4 M_5 = \prod(0,2,4,5)$

Konversi Antar Bentuk Kanonik

Misalkan *f* adalah fungsi Boolean dalam bentuk SOP dengan tiga peubah:

$f(x, y, z) = \Sigma\ (1, 4, 5, 6, 7)$

dan $f\,'$ adalah fungsi komplemen dari *f*,

$f\,'(x, y, z) = \Sigma\ (0, 2, 3) = m_0 + m_2 + m_3$

Dengan menggunakan hukum De Morgan, kita dapat memperoleh fungsi *f* dalam bentuk POS:

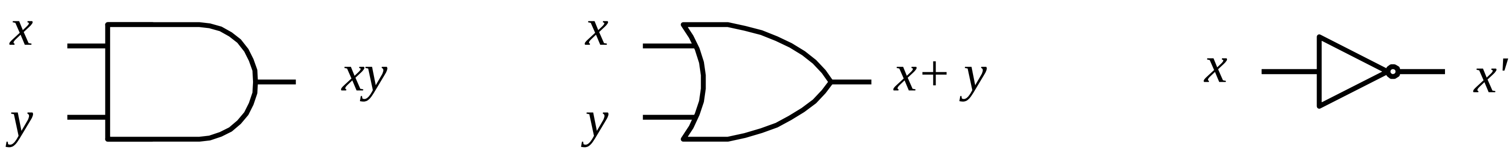
$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (f\,'(x, y, z))' = (m_0 + m_2 + m_3)' = m_0' \,.\, m_2' \,.\, m_3' \\ &= (x'y'z')'\,(x'y\,z')'\,(x'y\,z)' \\ &= (x + y + z)\,(x + y' + z)\,(x + y' + z') \\ &= M_0\, M_2\, M_3 = \prod\ (0,2,3) \end{aligned}$$

Jadi, $f(x, y, z) = \Sigma\ (1, 4, 5, 6, 7) = \prod\ (0,2,3)$.

<u>Kesimpulan</u>: $m_j' = M_j$

Rangkaian Logika

- Fungsi Boolean dapat juag direpresentasikan dalam bentuk rangkaian logika.
- Ada tiga gerbang logika dasar: gerbang AND, gerbang OR, dan gerbang NOT



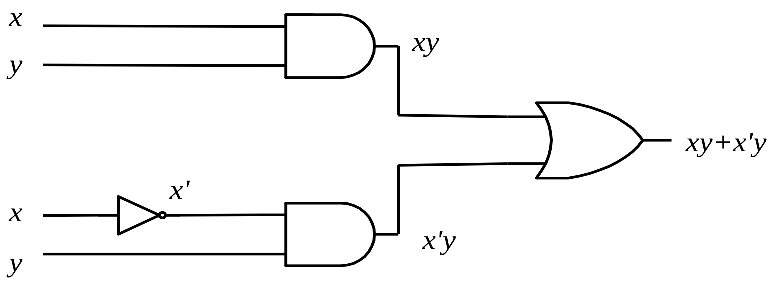
Gerbang AND dua-masukan Gerbang OR dua-masukan Gerbang NOT (*inverter*)

Contoh

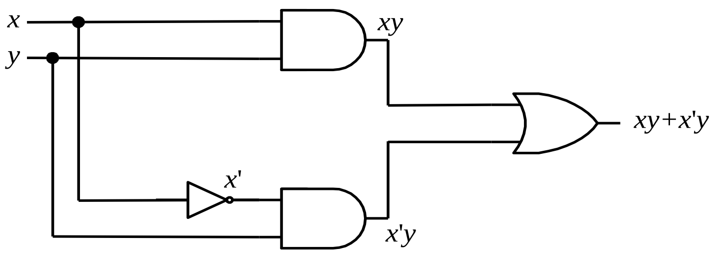
Nyatakan fungsi $f(x, y, z) = xy + x'y$ ke dalam rangkaian logika.

<u>Penyelesaian</u>: Ada beberapa cara penggambaran

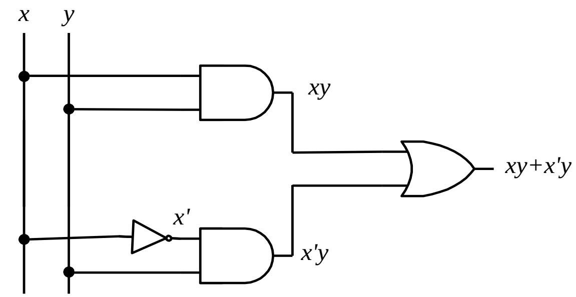
Cara pertama:



Cara kedua:

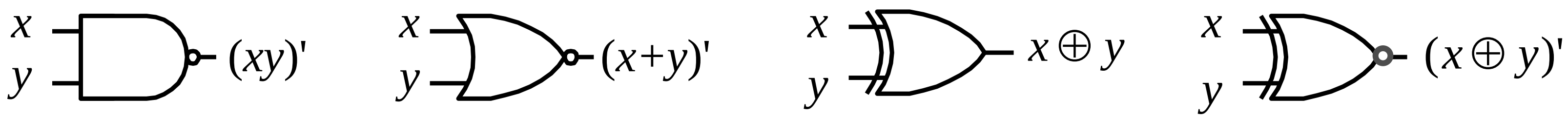


Cara ketiga:



Gerbang Logika Turunan

- Gerbang logika turunan: NAND, NOR, XOR, dan XNOR



Gerbang NAND Gerbang NOR Gerbang XOR Gerbang XNOR

Keempat gerbang di atas merupakan kombinasi dari gerbang-gerbang dasar, misalnya gerbang NOR disusun oleh kombinasi gerbang OR dan gerbang NOT:

Selain itu, dengan menggunakan hukum De Morgan, kita juga dapat membuat gerbang logika yang ekivalen dengan gerbang NOR dan NAND di atas:

Penyederhanaan Fungsi Boolean

- Menyederhanakan fungsi Boolean artinya mencari bentuk fungsi lain yang ekivalen tetapi dengan jumlah literal atau operasi yang lebih sedikit.
- Contoh: $f(x, y) = x + x'y$ disederhanakan menjadi

$$f(x, y) = (x + x')(x + y) \quad \text{(Hukum distributif)}$$

$$= 1\ (x + y) \quad \text{(Hukum komplemen)}$$

$$= x + y \quad \text{(Hukum identitas)}$$

- Dipandang dari segi aplikasi aljabar Boolean, fungsi Boolean yang lebih sederhana berarti rangkaian logikanya juga lebih sederhana (menggunakan jumlah gerbang logika lebih sedikit).

Penyederhanaan Fungsi Boolean

- Tiga metode yang dapat digunakan untuk menyederhanakan fungsi Boolean:
  1. Secara aljabar, menggunakan hukum-hukum aljabar Boolean.
  2. Metode Peta Karnaugh.
  3. Metode Quine-McCluskey (metode tabulasi)

- Yang dibahas hanyalah **Metode Peta Karnaugh**

Peta Karnaugh

- Peta Karnaugh (atau *K-map*) merupakan metode grafis untuk menyederhanakan fungsi Boolean.
- Metode ini ditemukan oleh Maurice Karnaugh pada tahun 1953. Peta Karnaugh adalah sebuah diagram/peta yang terbentuk dari kotak-kotak (berbentuk bujursangkar) yang bersisian.
- Tiap kotak merepresentasikan sebuah *minterm*.
- Tiap kotak dikatakan bertetangga jika *minterm-minterm* yang merepresentasikannya berbeda hanya 1 buah literal.

Peta Karnaugh

Peta Karnaugh dengan dua peubah

m_0	m_1
m_2	m_3

Penyajian 1

		y	
		0	1
x	0	$x'y'$	$x'y$
	1	xy'	xy

Penyajian 2

	y'	y
x'	$x'y'$	$x'y$
x	xy'	xy

Penyajian 3

Peta Karnaugh dengan tiga peubah

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6

		yz 00	01	11	10
x	0	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$
	1	$xy'z'$	$xy'z$	xyz	xyz'

Peta Karnaugh dengan empat peubah

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6
m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

	yz 00	01	11	10
wx 00	*w'x'y'z'*	*w'x'y'z*	*w'x'yz*	*w'x'yz'*
01	*w'xy'z'*	*w'xy'z*	*w'xyz*	*w'xyz'*
11	*wxy'z'*	*wxy'z*	*wxyz*	*wxyz'*
10	*wx'y'z'*	*wx'y'z*	*wx'yz*	*wx'yz'*

Cara mengisi peta Karnaugh

- Kotak yang menyatakan *minterm* diisi “1”
- Sisanya diisi “0”

- Contoh: $f(x, y, z) = x'yz' + xyz' + xyz$

x \ yz	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1

Peta Karnaugh

Contoh: $f(x, y, z) = xz' + y$

xz': Irisan antara:

x → semua kotak pada baris ke-2

z' → semua kotak pada kolom ke-1 dan kolom ke-4

y:

y → semua kotak pada kolom ke-3 dan kolom ke-4

x \ yz	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	0	1	1

$xz' + y$

Peta Karnaugh

Pengisian peta Karnaugh dari tabel kebenaran

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Tinjau hanya nilai fungsi yang memberikan 1.
Fungsi Boolean yang merepresentasikan tabel kebenaran adalah
$f(x, y) = x'y'z + xy'z' + xy'z + xyz$.

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	1	0

Peta Karnaugh

Teknik Minimisasi Fungsi Boolean dengan Peta Karnaugh

- Penggunaan Peta Karnaugh dalam penyederhanaan fungsi Boolean dilakukan dengan cara menggabungkan kotak-kotak yang bernilai 1 dan saling bersisian.
- Kelompok kotak yang bernilai 1 dapat membentuk:
  - pasangan (dua),
  - kuad (empat),
  - oktet (delapan).

Peta Karnaugh

Pasangan

$wx \backslash yz$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	1
10	0	0	0	0

Bukti secara aljabar:

$$\begin{aligned} f(w, x, y, z) &= wxyz + wxyz' \\ &= wxy(z + z') \\ &= wxy(1) \\ &= wxy \end{aligned}$$

Sebelum disederhanakan: $f(w, x, y, z) = wxyz + wxyz'$

Sesudah disederhanakan: $f(w, x, y, z) = wxy$

Kuad (1)

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	0	0	0	0

Sebelum: $f(w, x, y, z) = wxy'z' + wxy'z + wxyz + wxyz'$

Sesudah: $f(w, x, y, z) = wx$

Kuad (2)

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	0	0
10	1	1	0	0

Sebelum: $f(w, x, y, z) = wxy'z' + wxy'z + wx'y'z' + wx'y'z$

Sesudah: $f(w, x, y, z) = wy'$

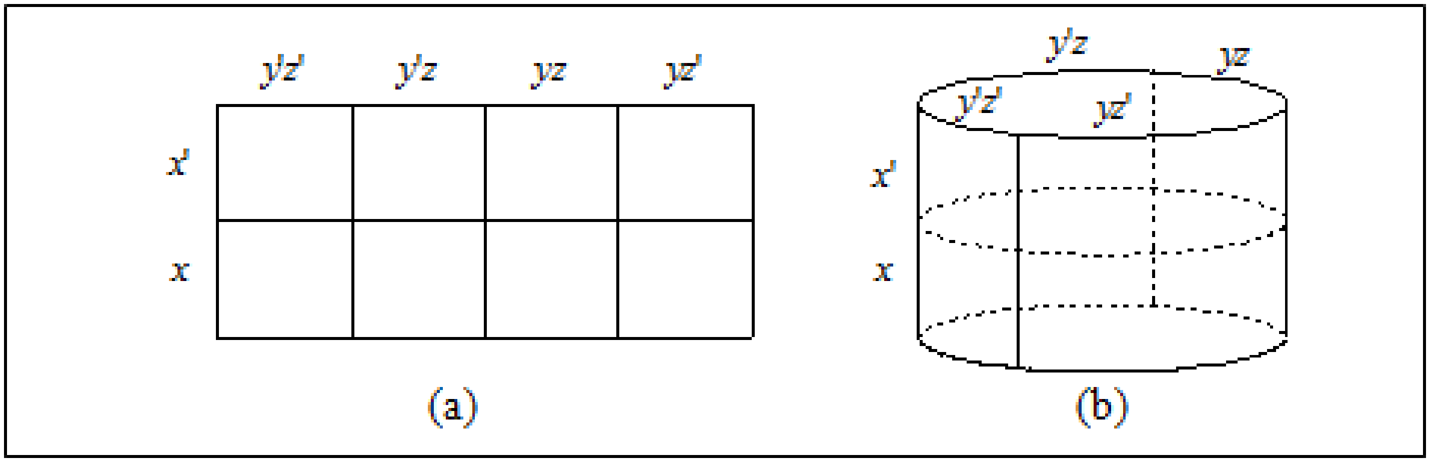
Oktet

$wx \backslash yz$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Sebelum: $f(w, x, y, z) = wxy'z' + wxy'z + wxyz + wxyz' + wx'y'z' + wx'y'z + wx'yz + wx'yz'$

Sesudah: $f(w, x, y, z) = w$

Penggulungan (1)

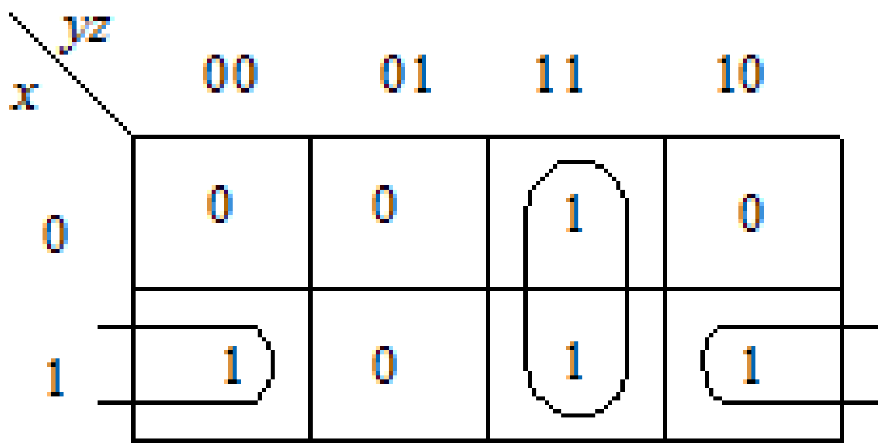


Gambar (a) Peta Karnaugh "normal" dengan 3 peubah

(b) Peta Karnaugh dengan sisi kiri dan sisi kanan ditautkan (seperti digulung).

Penggulungan (2)

Contoh: Sederhanakan $f(x, y, z) = x'yz + xy'z' + xyz + xyz'$.

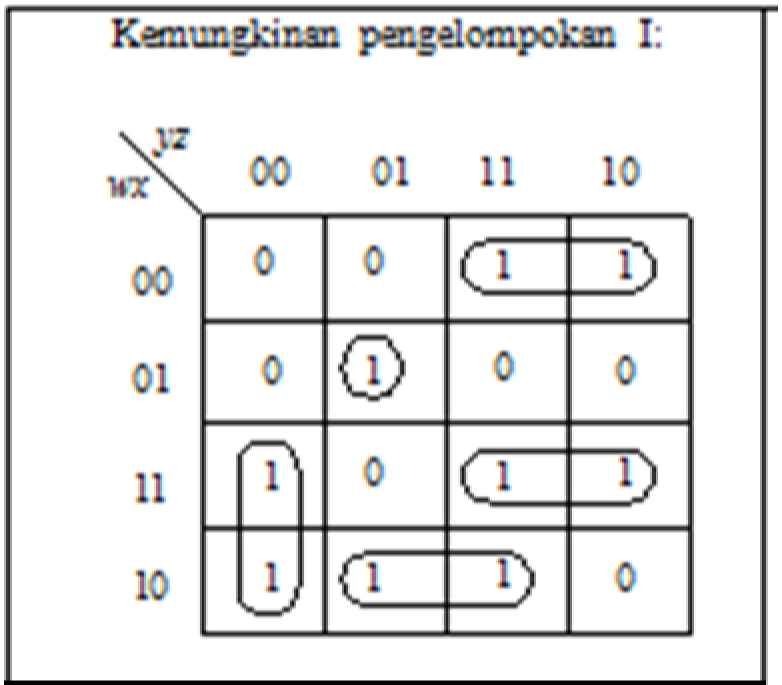


Sebelum: $f(x, y, z) = x'yz + xy'z' + xyz + xyz'$

Sesudah: $f(x, y, z) = yz + xz'$

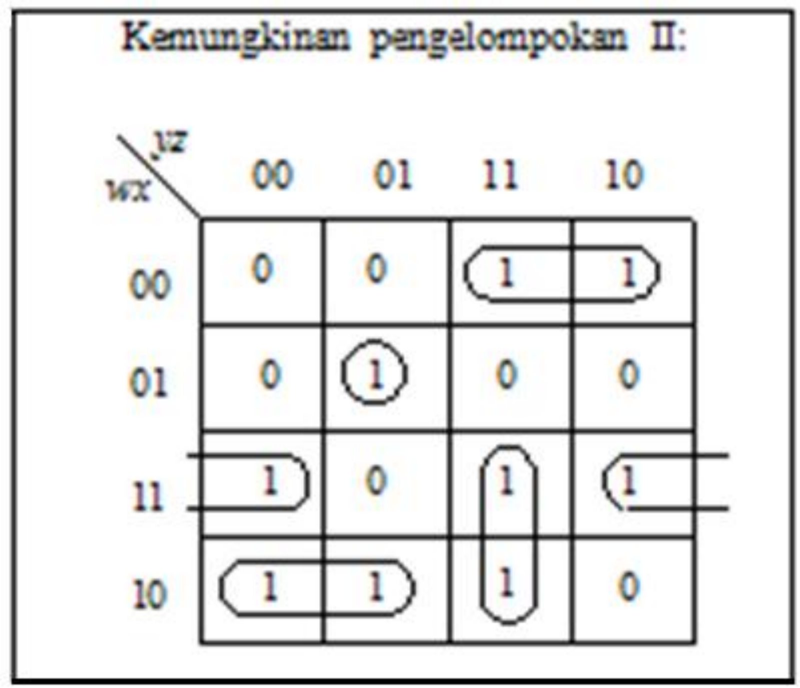
Ketidakunikan Hasil Penyederhanaan

- Hasil penyederhanaan dengan peta Karnaugh tidak selalu unik.
- Artinya, mungkin terdapat beberapa bentuk fungsi minimasi yang berbeda meskipun jumlah literal dan jumlah *term*-nya sama



f(w,x,y,z) = w'x'y + w'xy'z + wxy + wy'z' + wx'z

f(w,x,y,z) = w'x'y + w'xy'z + wxz' + wyz + wx'y'



Tips menyederhanakan dengan Peta Karnaugh

- Kelompokkan 1 yang bertetangga sebanyak mungkin

- Dimulai dengan mencari oktet sebanyak-banyaknya terlebih dahulu, kemudian kuad, dan terakhir pasangan.

Contoh minimisasi 1:

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	0	1
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

Hasil penyederhanaan: $f(w, x, y, z) = wy' + yz' + w'x'z$

Peta Karnaugh

Contoh minimisasi 2:

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	1	1	1	0

Hasil penyederhanaan: $f(w, x, y, z) = z + xy + wx'y'$

Peta Karnaugh

Contoh minimisasi 3:

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

Hasil penyederhanaan: $f(w, x, y, z) = wx + wz + wy + xyz$

Contoh minimisasi 4:

Tentukan bentuk sederhana dari fungsi Boolean yang merepresentasikan tabel kebenaran berikuit dalam bentuk baku SOP dan bentuk baku POS.

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Peta Karnaugh

Penyelesaian:

(a) Bentuk baku SOP: kelompokkan 1

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

Fungsi minimasi: $f(x, y, z) = x'z + xz'$

(b) Bentuk baku POS: kelompokkan 0

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

Fungsi minimasi: $f(x, y, z) = (x' + z')(x + z)$

Peta Karnaugh

Contoh minimisasi 5:

Sederhanakan fungsi $f(x, y, z, t) = xy' + xyz + x'y'z' + x'yzt'$

<u>Penyelesaian</u>:

Pengelompokan yang berlebihan

xy \ zt	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	0	1
11	0	0	1	1
10	1	1	1	1

Pengelompokan yang benar

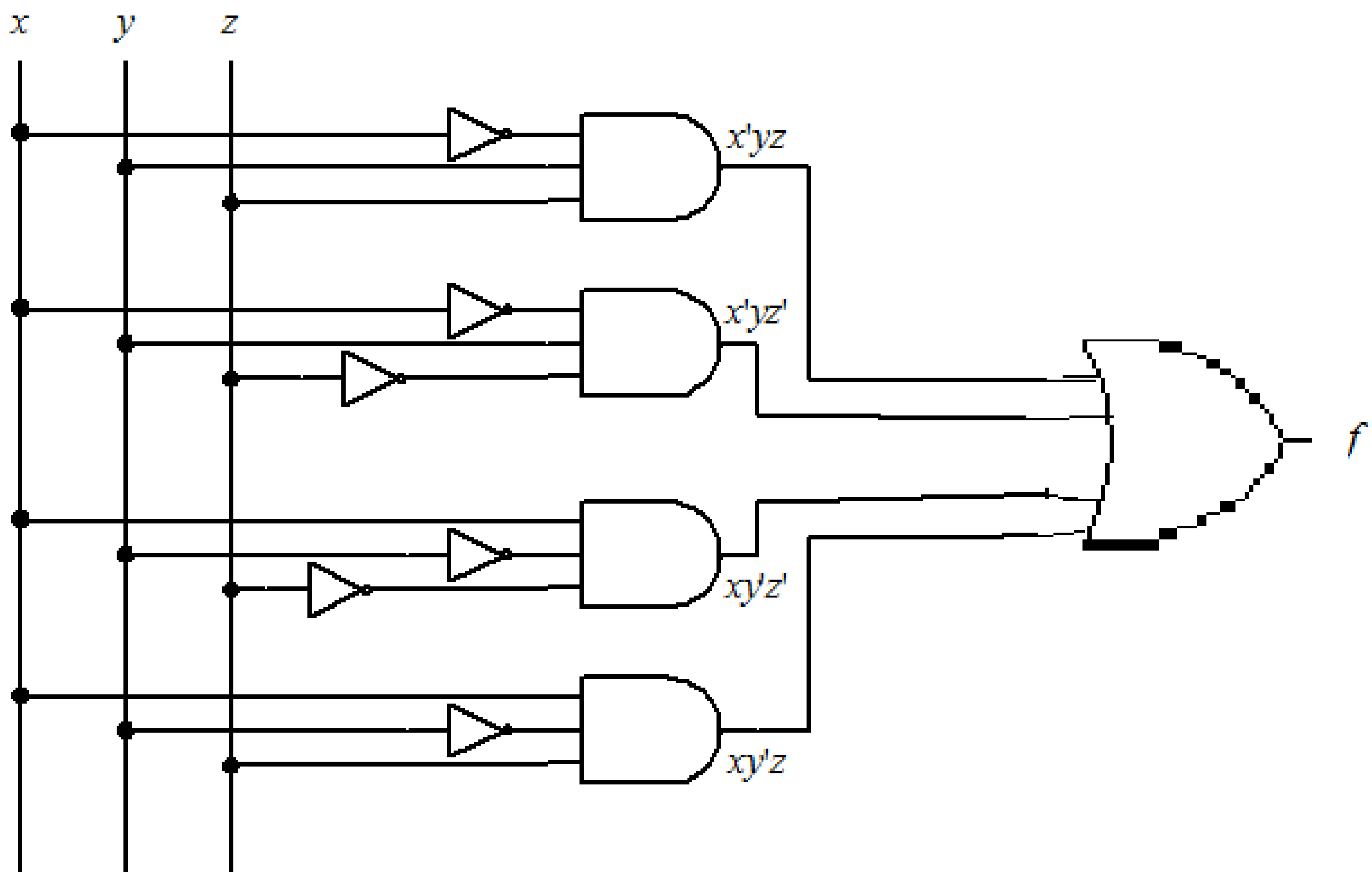
xy \ zt	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	0	1
11	0	0	1	1
10	1	1	1	1

Fungsi minimasi:

$f(x, y, z, t) = y'z' + xz + yzt'$

Contoh minimimisasi 6:

Sederhanakan rangkaian logika berikuit:



Peta Karnaugh

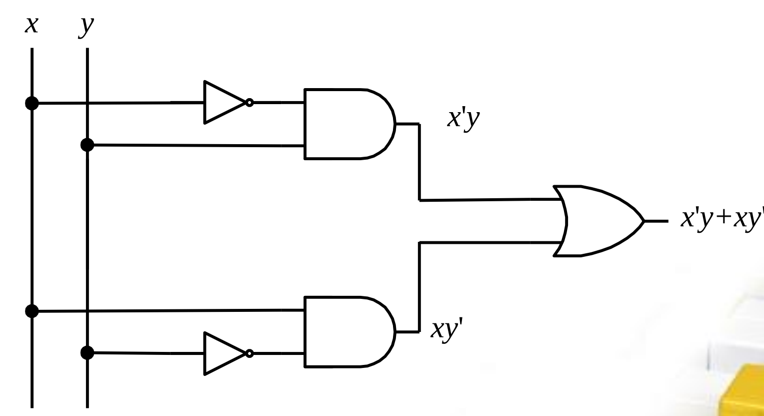
Penyelesaian: Fungsi yang berkoresponden dengan rangkaian logika tsb: $f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xy'z' + xy'z$

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0

Fungsi Boolean hasil minimisasi:

$f(x, y, z) = x'y + xy'$

Rangkaian logika hasil penyederhanaan:



Matur Nuwun ☺

Adri Priadana

@adrxtwit

AdriPriadana