

# Aljabar Linier Matriks – Nilai Eigen dan Vektor Eigen

## Nilai Eigen dan Vektor Eigen Berordo 3x3

Tentukan Nilai Eigen dan Vektor Eigen untuk matriks  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & 3 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}!$

Jawab

### Nilai Eigen

$$|A - \lambda I| = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & 3 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} -\lambda & -1 & -3 \\ 2 & 3-\lambda & 3 \\ -2 & 1 & 1-\lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$-\lambda((3-\lambda)(1-\lambda)-3.1) + (1)(2(1-\lambda)-(3*-2)) + (-3)(2*1-(3-\lambda)(-2)) = 0$$

$$-\lambda((3-\lambda)(1-\lambda)-3) + (2(1-\lambda)-(-6)) + (-3)(2-(-6+2\lambda)) = 0$$

$$-\lambda(\lambda^2-4\lambda+3-3) + (2-2\lambda+6) + (-3)(2+6-2\lambda) = 0$$

$$-\lambda(\lambda^2-4\lambda) + (-2\lambda+8) + (-6-18+6\lambda) = 0$$

$$-\lambda(\lambda^2-4\lambda) + (-2\lambda+8) + (-24+6\lambda) = 0$$

$$-\lambda^3+4\lambda^2-2\lambda+8-24+6\lambda = 0$$

$$-\lambda^3+4\lambda^2+4\lambda-16=0$$

### Metode Horner

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & -1 & 4 & 4 & -16 \\ & & 2 & -12 & 16 \\ \hline & -1 & 6 & -8 & 0 \end{array} +$$

$$(\lambda+2)(-\lambda^2+6\lambda-8)=0$$

$$(\lambda+2)(-\lambda+4)(\lambda-2)=0$$

$$\lambda+2=0 \rightarrow \lambda = -2$$

$$-\lambda+4=0 \rightarrow \lambda = 4$$

$$\lambda-2=0 \rightarrow \lambda = 2$$

## Vektor Eigen

Untuk  $\lambda = -2$  maka

$$\begin{bmatrix} -\lambda & -1 & -3 \\ 2 & 3-\lambda & 3 \\ -2 & 1 & 1-\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} -(-2) & -1 & -3 \\ 2 & 3-(-2) & 3 \\ -2 & 1 & 1-(-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 2 & 5 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0$$

$$2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0$$

$$2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0$$

Bila persamaan tersebut dijumlahkan diperoleh  $4x_1 + 4x_2 = 0$  atau  $x_1 = -x_2$ , dan

Bila persamaan tersebut dikurangkan diperoleh  $-6x_2 - 6x_3 = 0$  atau  $-x_2 = x_3$

Maka diperoleh vektor eigen:  $x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Begitu juga untuk  $\lambda = 2$  dengan cara yang sama diperoleh  $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Dan untuk  $\lambda = 4$  diperoleh  $x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$